

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

6 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Акция в магазине» (3 задания).

Перед выполнением заданий шестиклассник знакомится с сюжетной ситуацией. Учащимся предлагается описание типичной для современной повседневной жизни ситуации, в которой представлены условия покупки продовольственных товаров по акции. Информация, необходимая для понимания ситуации и выполнения задания, представлена в тексте.

Для успешного выполнения **первого задания** от школьника требуются умения: сопоставлять информацию в тексте и на рисунке, устанавливать зависимость между величинами и использовать ее для ответа на вопрос. В тексте сообщаются условия и цены покупки двух сортов молока по акции, а на рисунке – указаны обычные цены молока. Сравнение цен молока по акции с обычной ценой позволяет прикинуть выгоду покупки товара по акции. В тексте самого задания сообщается, какое количество литров молока каждого сорта решила купить покупательница по акции. Требуется определить стоимость покупки. В ходе решения шестиклассник соотносит количество литров молока, которые надо купить, с условиями возможности покупки по акции. Ему нужно понять и учесть в решении, что требования акции выполняются, затем выполнить несложные вычисления стоимости покупки по акции и получить требуемый ответ.

Задание относится к заданиям *низкого уровня сложности*. Шестиклассник работает в знакомой ситуации с информацией, представленной в явном виде. Для получения ответа требуется выполнить несложные вычисления.

В ходе апробации с заданием справились большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показывает, что шестиклассники, не справившиеся с заданием, привели правильный ответ, но не представили решение или допустили вычислительную или случайную (неверно использовано одно из данных в тексте или на рисунке) ошибки.

Ситуация, предложенная в задании 2, усложняется за счёт внесения дополнительного условия покупки товаров по акции. Информация, необходимая для понимания ситуации и выполнения задания, представлена в тексте и на рисунке. Школьнику сообщается условие покупки йогуртов по акции: при покупке пары йогуртов третий дается в подарок, указана обычная цена йогурта, сообщается также, какое количество йогуртов решила купить покупательница по акции. Требуется определить стоимость покупки 1 йогурта по акции.

Для выполнения **второго задания** от учащегося требуется умение правильно понимать математический текст («три по цене двух», информация о соотношении купленного количества йогуртов и цены каждого), использовать отношение между величинами для решения задачи.

Задание среднего уровня сложности. В ходе решения шестикласснику нужно удержать и использовать в решении сразу несколько условий задания. Шестиклассник работает с известной ситуацией с информацией, представленной в неявном виде. Для получения ответа требуется выполнить несложные вычисления.

В ходе апробации с заданием справились чуть меньше половины шестиклассников. Анализ неверных ответов показывает, что шестиклассники, не справившиеся с заданием, не учли, что условие покупки по акции выполняется при покупке йогуртов парами. Значительное число неуспешных школьников выполнили только первый шаг решения – определили стоимость покупки. Многие записали верный ответ, но не смогли объяснить его.

Описание ситуации в **третьем задании** такое же, как в задании 2. Ситуация усложняется за счёт внесения нового условия покупки – приобретение акционного товара на заданную сумму. Для успешного выполнения задания ученику потребуются умения: выделять и учитывать в ходе рассуждений все условия, планировать ход решения, включающего оценку результата вычислений, использовать отношение между величинами

для решения задачи, округлять результат деления с остатком в соответствии с условием задания.

Задание *высокого уровня сложности*. Сложность определяется не только необходимостью удерживать в ходе решения задания нескольких условий, но и необходимостью произвести оценку полученного математического результата с целью получения ответа на поставленный практический вопрос.

С этим заданием не справилось большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что многие шестиклассники не понимают условие акции – йогурты выгодно покупать двойками, то есть платить за 2 йогурта, и получать еще одну штуку бесплатно. В основном учащиеся допускали два типа ошибок. Так, некоторые учащиеся имеющуюся сумму денег 350 р. делили на цену 1 йогурта при покупке по акции ($96 : 3 = 32$ р.), а не на стоимость 2 йогуртов ($48 \times 2 = 96$ р.). Кроме того, некоторые учащиеся не смогли правильно интерпретировать результат выполненного действия: $350 : 96 \approx 3,6$ раз. Этот результат означает, что этими деньгами можно заплатить за 3 пары йогуртов и получить третий йогурт за каждую оплаченную пару. Многие дети неверно интерпретировали полученный результат вычислений и давали ответ не в штуках йогуртов, а в рублях, указывая сумму денег, потраченных на покупку девяти йогуртов.

Комплексное задание «Многоугольники» (3 задания).

Задания предваряются описанием ситуации учебно-практического характера, связанной с проведением тематического школьного мероприятия – «Геометрического марафона». Информация, необходимая для понимания условий проведения мероприятия, и задача, поставленная перед учащимися, представлены в тексте и на рисунке.

Для выполнения поставленной **в первом задании** задачи от учащихся требуется умение проверять истинность предложенного утверждения с опорой

на знания (понятие периметра, способы вычисления периметра нестандартной геометрической фигуры), а также записывать и объяснять сделанный вывод.

С этим заданием *среднего уровня сложности* в ходе первичной апробации справились чуть больше трети шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что значительная часть учащихся в основном продемонстрировали один или два характерных недочета математической подготовки: непрочное владение общим понятием периметра нестандартной плоской фигуры, который равен сумме длин всех сторон этой фигуры; неразличение геометрических величин – периметра и площади. Последнее проявилось в том, что при объяснении вывода шестиклассники вместо периметра рассчитывали, характеризовали площадь выбранной (выбранных) геометрической фигуры.

Следует отметить, что многие учащиеся затруднились в корректном вычислении периметра (суммы длин всех сторон) данных плоских фигур с учетом размера клетки сетки, на которой изображены фигуры; часть шестиклассников допустили вычислительные ошибки. Некоторые учащиеся не смогли правильно интерпретировать результат вычисления. Например, узнали периметр многоугольника, изображенного Анной (30 см), но не учли, что по условию задачи периметр фигуры должен быть меньше 30 см.

Задание можно использовать в учебном процессе как формирующее умение использовать предметные знания в учебно-практических ситуациях. Работа с геометрическими фигурами в рамках предложенной ситуации направлена на обеспечение более прочного овладения шестиклассниками понятием периметра геометрических фигур.

При выполнении **второго задания** шестиклассники демонстрируют умение находить площадь многоугольника, проверять истинность утверждения в практической (математической) ситуации. Задание составлено в рамках той же ситуации, что и в задании 1, но направлено на диагностику и обеспечение более прочного овладения понятием площади стандартных и нестандартных геометрических фигур, а также на развитие пространственного

воображения шестиклассников. Задача, поставленная перед учащимися, и информация, необходимая для её выполнения, представлены в тексте самого задания.

Для выполнения поставленной задачи от учащихся требуется проверить истинность трёх предложенных утверждений относительно соотношения площадей данных геометрических фигур, применив представления о площади и способах нахождения площадей прямоугольника, нестандартной геометрической фигуры.

С этим заданием *среднего уровня сложности* справилось полностью или частично около трети школьников. Анализ неверных ответов показал, что у части шестиклассников нет твердого понимания отличия площади фигуры от её периметра, поэтому вместо площади находят периметр данной фигуры. Некоторые учащиеся не смогли корректно применить способ вычисления площади нестандартных плоских фигур с помощью суммирования площадей клеток сетки, из которых состоит фигура, либо допустили вычислительные ошибки.

При использовании задания в учебном процессе для формирования характеристик функциональной математической грамотности следует обратить внимание на проверку истинности третьего утверждения относительно соотношения площадей стандартной фигуры (прямоугольника) и неизвестной шестиклассникам фигуры – параллелограмма, алгоритм вычисления площади которого им неизвестен. Предполагается, что учащиеся должны проявить креативность в нахождении способа сравнения площадей этих фигур, например, сравнить их визуально или примерно оценить площадь параллелограмма с помощью подсчёта площадей клеток, из которых состоит эта фигура.

В основе успешного выполнения **третьего задания** лежит умение конструировать из данных прямоугольников фигуру, имеющую заданное свойство (значение периметра), способность контролировать ход и результат

выполнения задания. Задание составлено в рамках той же ситуации, что первое. В ходе выполнения ученик проявляет пространственное воображение, прочное владение представлениями о периметре и способах его нахождения в стандартных (периметр прямоугольник) и нестандартных (различные многоугольники, составленные из прямоугольников, прямоугольников и треугольников) ситуациях. Задача, поставленная перед учащимися, и информация, необходимая для её выполнения, представлены в тексте самого задания.

С этим заданием *высокого уровня сложности* справилось полностью или частично около трети шестиклассников. Чтобы составить нужную фигуру, можно было просто перенести и плотно приложить к сторонам одной из фигур две остальные фигуры, либо выполнить перенос, изменив при этом расположение одной из фигур.

Анализ неверных ответов показал, что у части шестиклассников недостаточно развито пространственное воображение, они не смогли сложить нужную фигуру; у некоторых учащихся нет твердого понимания различия сути понятий периметра фигуры и её площади, поэтому вместо периметра они находили площадь построенной фигуры. Некоторые учащиеся не смогли корректно применить способ вычисления периметра нестандартной плоской фигуры с помощью суммирования длины клеток сетки, из которых состоит периметр соответствующей фигуры (учли не все части, из которых состоит фигура – не проконтролировали себя), либо при подсчётах допустили вычислительные ошибки.

Комплексное задание «Неделя математики» (3 задания).

Перед выполнением заданий школьник знакомится с учебно-практической ситуацией, типичной для школьной жизни и связанной с проведением школьного мероприятия «неделя математики», направленного на развитие интереса шестиклассников к изучению предмета. Информация, необходимая для понимания условий проведения мероприятия, представлена в тексте и на рисунке. В тексте сообщаются условия расположения материалов, подготовленных каждым классом, указываются размеры доски, размеры клеток, на которые разбита поверхность доски, и особенности расположения на ней материалов, рисунок позволяет составить представление о форме и особенностях доски, на которой каждый класс должен расположить свои материалы.

Для успешного выполнения **первого задания** от школьника потребуются умение извлекать данные из разных частей задания, способность переводить единицы длины и выполнять действия с ними. В процессе решения учащемуся нужно будет соотнести длину стены зала с размерами четырех досок с материалами каждого из четырех шестых классов. Для этого необходимо извлечь информацию из двух источников: из описания ситуации (размеры доски и характер расположения на ней материалов, подготовленных учащимися), из текста самого задания (длину стены зала) и, опираясь на рисунок доски, составить представление о расположении 4 досок вдоль стены. Дополнительная трудность задания заключается в том, что размеры доски указаны в одних единицах длины (в дециметрах), а длина зала – в других (в метрах).

В ходе апробации с этим заданием *средней сложности* справились около половины шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что часть шестиклассников допустили ошибки: при переводе единиц длины метров и дециметров в сантиметры, например, $7,5 \text{ м} = 7500 \text{ см}$ (надо 750 см); вычислительные при делении $75 : 17 = 5$ (верный ответ $4,4$); неверно

интерпретировали остаток при делении: $7,5 \text{ м} : 17 \text{ дм} = 4, 4$, сделав вывод о том, что после расположения 4 досок вдоль стены останется свободными еще 4 м. Многоплановость задания (работа с информацией, представленной в разной форме, действия с величинами, вычисления) делает задание перспективным для использования в качестве обучающего на уроке математики в 6 классе.

В ходе выполнения **второго задания** шестиклассник применяет представление о развёртке фигуры (куба) в предложенной учебной ситуации, учитывает дополнительное условие (клетка передвижной доски имеет длину 1 дм) в ходе решения, находит единственный правильный ответ. В этом задании от учащегося требуется определить, какая из четырёх предложенных развёрток куба отвечает кубу с заданной длиной стороны. Предлагаемая ситуация, знакомая шестиклассникам, является одновременно и учебной, и практической, так как в 1-5 классах учащиеся делали модели геометрических фигур в классе или дома.

При выполнении этого задания *низкого уровня сложности* ученику нужно было мысленно представить, из какой из данных разверток можно сложить куб с заданной длиной стороны. При этом шестиклассник демонстрирует знание элементов и свойств куба – они нужны для распознавания среди данных разверток той, которая соответствует заданной фигуре. Прочное владение проверяемыми знаниями и умениями важно для последующего изучения площади поверхности и объема прямоугольного параллелепипеда.

В ходе апробации большинство шестиклассников справились с этим заданием. Анализ неверных ответов показал, что часть учащихся: не различает пространственное изображение куба и его развёртку (выбран ответ Г); не имеет прочных представлений о форме развёртки куба (выбран ответ А – 5 граней вместо 6); не учли длину клетки на доске (выбран ответ В – длина клетки 1 дм, а у заданной фигуры длина стороны 2 дм). Это задание можно

использовать для устной работы в шестом классе для закрепления представлений о кубе и их применении для решения практических задач, а также для развития математической речи (работа с терминологией, связанной с кубом: грань, ребро, равенство ребер, площадь грани и т.п.).

Для успешного выполнения **третьего задания** шестикласснику нужно уметь применять представление об объеме куба для решения задачи с жизненным сюжетом, работать с единицами длины: выбирать, переходить от одних к другим, переводить единицы длины. В задании дается описание непривычной для учащихся практической ситуации: выкладывание «дорожки» из шоколадных кубиков. Учащимся надо выбрать один из предложенных ответов. Предполагается, что в процессе решения учащийся поймет, что длина дорожки равна числу кубиков со стороной 1 дм. Решая, учащийся мысленно представит себе, например, как куб со стороной 1 м следует разрезать на кубики меньшего размера – со стороной 1 дм. Рассуждение может начинаться так: сторону большого куба, равную 1 метру, разделили на отрезки длиной 1 дм, получив 10 таких отрезков ($1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$), затем сторону большого куба разрезали на 10 частей и получили 10 слоёв из квадратов со стороной в 1 дм, затем каждый квадратный слой.... Продолжая рассуждения, ученик придет к выводу о том, что кубиков со стороной 1 дм всего 1000 шт. (10×100). Значит, длина дорожки из 1000 таких кубиков будет 100 м. Возможно, шестиклассники пойдут другим путем: найдут объем куба в дециметрах, равный $1 \times 1 \times 1 = 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$. Затем представят, что длина дорожки из этих кубиков со стороной 1 дм будет равна 1000 дм или 100 м.

С этим заданием *высокого уровня* не справилось большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что были допущены следующие ошибки: выбран ответ 100 дм на основе разбиения площади основания куба, то есть не учитывалась высота куба; в качестве верного ответа был выбран объем куба (ответ 1000 дм^3), а объяснялся этот выбор тем, что данный куб – это пространственная фигура; дан верный ответ 100 м, а

объяснения не приведено или неверное (например, $1 \text{ м} \cdot 1 \text{ дм} = 100 \text{ м}$). Очевидно, что у большинства учащихся нет достаточного опыта использования пространственных представлений для решения учебных и практических задач, что не позволило им понять, как действовать или правильно мысленно и с помощью преобразований разбить большой куб на кубики заданного размера.

Комплексное задание «Калорийность питания» (3 задания).

Перед выполнением задания шестиклассник знакомится с описанием ситуации, характерной для повседневной жизни – распределением калорийности питания в разное время суток. Основное назначение задания – познакомить шестиклассников с новым для них понятием калорийности продуктов питания и дать им представление о том, какие занятия считаются более и менее активными, а также, что выбор и количество тех или иных продуктов питания зависят от того, насколько активный образ жизни у человека. Информация, необходимая для выполнения **первого задания**, приводится в двух формах (текст и круговая диаграмма, на которой в отдельных секторах представлены данные (в %), характеризующие норму питания в разные моменты суток). Для выполнения школьникам потребуется продемонстрировать умение извлекать информацию из текста для ответа на поставленный вопрос. В ходе решения учащиеся сравнивают нормы питания двух подростков с различной активностью.

При апробации с этим заданием *низкого уровня сложности* не справилось большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что многие учащиеся при выполнении задания не смогли удержать в памяти его условие и отвечали на другой вопрос – требовалось найти «во сколько раз норма одного из них больше другого», а они находили «на сколько больше» или

записали ответ в виде неправильной обыкновенной дроби, не выделив из неё целую часть.

Основное назначение **второго задания** – диагностировать умение учащегося работать с таблицей, распознавать и применять для решения поставленной задачи прямо пропорциональную зависимость соответствующих величин. Информация, необходимая для выполнения задания, представлена в тексте и в форме таблицы.

В задании поставлена задача на вычисление калорийности завтрака из трёх указанных продуктов. Данные о калорийности этих продуктов надо взять из таблицы. От учащегося требуется правильно интерпретировать условие задания, а именно, что упомянутый «кусоч белого хлеба» означает, что имеется в виду «хлеб из пшеничной муки». Дополнительная трудность получения нужных данных заключается в том, что в таблице калорийность каждого продукта указана в расчете на 100 г. Учащийся должен определить, что указанная в таблице калорийность 100 г каждого из трёх продуктов и масса этого продукта, съеденная на завтрак, связаны между собой прямо пропорциональной зависимостью. Значит, для вычисления калорийности каждого из трёх продуктов надо применить эту зависимость.

Большинство учащихся испытывали трудности с выполнением этого задания *среднего уровня сложности*. Часть шестиклассников вместо подсчёта килокалорий, приходящихся на завтрак, нашли массу съеденных продуктов в граммах ($200 + 20 + 30 = 250$ г), используя данные не из таблицы, а указанные в тексте самого задания. Часть учащихся не обратили внимание на то, что в таблице калорийность нужных продуктов указана в расчёте на 100 г, и просто извлекли данные из таблицы и суммировали их ($246 + 48 + 370 = 664$ г). Часть учащихся допустили различные процессуальные и вычислительные ошибки при попытке применить алгоритм вычисления калорийности продуктов с использованием прямо пропорциональной зависимости соответствующих или, наоборот, не соответствующих величин.

Третье задание – самое сложное среди трех предложенных. Основное назначение задания диагностировать умение работать с таблицей и способствовать развитию понимания устройства столбчатой диаграммы и умения её построения. Для успешного выполнения задания надо сравнить данные, расположенные в разных столбцах таблицы, распознать данные, нужные для решения поставленной задачи, извлечь их из таблицы и представить на диаграмме в форме столбцов соответствующей высоты. Дополнительная трудность заключается в том, что эти данные надо представить на незавершенной модели диаграммы. Поэтому частью задания является дополнение модели столбчатой диаграммы: определение цены деления шкалы на вертикальной оси, на концах каждого интервала на этой шкале. Это поможет ученику правильно построить столбцы.

С этим заданием *высокого уровня сложности* не справилось большинство шестиклассников. Часть учащихся допустили ошибки при сравнении данных таблицы и неверно определили самые калорийные продукты. Большинство учащихся не смогли правильно проставить единицы измерения на вертикальной шкале незавершенной диаграммы.

Отметим, что на международном уровне умению читать и интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, а также представлять данные в таблицах и на диаграммах придают такое же значение, как, например, алгебраической или геометрической подготовке учащихся. В то же время обращают на себя внимание достаточно высокие результаты российских учащихся 4 класса и невысокие результаты учащихся 6-8 класса при выполнении заданий, связанных с этой тематикой. Эти факты позволяют сделать обоснованный вывод о том, что в 5-8 классах целесообразно увеличить число разнообразных заданий на работу с таблицами и диаграммами.